

**BỘ NÔNG NGHIỆP VÀ MÔI TRƯỜNG
TRƯỜNG ĐẠI HỌC THỦY LỢI**



BÁO CÁO SINH HOẠT HỌC THUẬT

MỘT SỐ ĐỘ ĐO KHÔNG CHẮC CHẮN

Người báo cáo:

TS. Nguyễn Văn Thắm

Hà Nội - 2025

**BỘ NÔNG NGHIỆP VÀ MÔI TRƯỜNG
TRƯỜNG ĐẠI HỌC THỦY LỢI**



BÁO CÁO SINH HOẠT HỌC THUẬT

MỘT SỐ ĐỘ ĐO KHÔNG CHẮC CHẮN

Người báo cáo:

TS. Nguyễn Văn Thắm

MỤC LỤC

CHƯƠNG 1. TỔNG QUAN NGHIÊN CỨU	2
1.1. Giới thiệu.....	2
1.2. Tổng quan.....	2
CHƯƠNG 2 . MỘT SỐ ĐỘ ĐO TÍNH KHÔNG CHẮC CHẮN	4
2.1. Một số khái niệm	4
2.2. Các độ đo tính không chắc chắn	8
2.2.1. Các độ đo tính không chắc chắn dựa trên lý thuyết D-S	8
2.2.2. Các độ đo tính không chắc chắn dựa trên lý thuyết xác suất.....	12
2.2.3. Một số độ đo tính không chắc chắn khác.....	14

CHƯƠNG 1

TỔNG QUAN NGHIÊN CỨU

1.1. Giới thiệu

Trong lý thuyết Dempster-Shafer, việc đánh giá chất lượng thông tin là một vấn đề thiết yếu và cũng là một vấn đề mở. Nhiều độ đo về tính không chắc chắn đã được đề xuất. Tính hợp lệ và tính hợp lý của các độ đo được đề xuất trong những năm gần đây đã được khám phá và phân tích sơ bộ. Báo cáo này tổng hợp một số độ đo về tính không chắc chắn của dữ liệu.

1.2. Tổng quan

Xử lý thông tin không chắc chắn luôn là một chủ đề nghiên cứu quan trọng. Trong số các phương pháp hiện có, lý thuyết Dempster-Shafer (DST), do Dempster đề xuất và được Shafer phát triển [1, 2], còn được gọi là lý thuyết bằng chứng hay lý thuyết hàm niềm tin, đã thu hút nhiều sự quan tâm nhờ khả năng biểu diễn và suy luận hiệu quả với thông tin không chắc chắn. DST đã được ứng dụng rộng rãi trong nhiều lĩnh vực như ra quyết định, nhận dạng mẫu, phân tích cụm và mô hình hóa bộ điều khiển [3,4]. Tuy nhiên, DST vẫn tồn tại một số hạn chế, đặc biệt là hiện tượng cho kết quả phản trực giác khi kết hợp các bằng chứng có mức mâu thuẫn cao bằng quy tắc Dempster. Bên cạnh đó, việc đánh giá định lượng mức độ không chắc chắn hay chất lượng của hàm gán xác suất cơ bản (basic probability assignment-BPA) cũng là một vấn đề quan trọng chưa được giải quyết triệt để.

Trong tiến trình xây dựng cách xác định tính không chắc chắn, ban đầu Höhle [5] đã đề xuất độ đo *Confusion* để đánh giá mức độ không chắc chắn của hàm gán xác suất cơ bản (BPA). Tiếp đó, Yager [6] đề xuất độ không chắc chắn của BPA được đặc trưng bởi một cặp độ đo $\langle S(m), E(m) \rangle$, trong đó bao gồm entropy $E(m)$ biểu diễn sự bất hòa (dissonance) và $S(m)$ biểu diễn mức độ phân tán (dispersion). Sau đó, Yager [7] tiếp tục cải tiến cặp độ đo này thành cặp độ đo mới $\langle Sp(m), G(m) \rangle$ nhằm mô tả đầy đủ hơn độ không chắc chắn của BPA. Điểm khác biệt cơ bản của phương pháp cải tiến so với phương pháp cũ đó là độ đo không chắc chắn theo phương pháp mới nằm trong khoảng $[0,1]$. Tuy nhiên, ngay cả khi sử dụng một trong hai phương pháp của Yager, vẫn tồn

tại những trường hợp mà các BPA khác nhau không thể được phân biệt một cách rõ ràng.

Klir và Yuan [8] cho rằng có ba mức độ không chắc chắn tồn tại trong lý thuyết đo độ không chắc chắn của dữ liệu. Thực tế, có hai mức độ không chắc chắn cùng tồn tại trong BPA, đó là mức độ bất đồng (discord) và mức độ không cụ thể (nonspecificity) tương đương với hai phương pháp xác định tính không chắc chắn của Yager. Nhằm sử dụng một độ đo không chắc chắn thống nhất cho việc đánh giá định lượng mức độ không chắc chắn của BPA, nhiều độ đo không chắc chắn đã được phát triển để tích hợp đồng thời hai dạng không chắc chắn tồn tại trong BPA.

Cho đến nay, các độ đo tính không chắc chắn do các nhà nghiên cứu đề xuất nhìn chung có thể được phân thành hai nhóm chính. Theo quan điểm của một số nghiên cứu, DST được xem như một lý thuyết thông tin tổng quát [9], hay nói cách khác là sự mở rộng của lý thuyết xác suất cổ điển [10]. Vì vậy, nhóm thứ nhất bao gồm các độ đo có dạng hàm logarit, được xem là sự tổng quát hóa tự nhiên của entropy Shannon, thường được gọi là các độ đo dạng entropy. Tiêu biểu cho nhóm này là entropy $NS(m)$ của Klir [11, 12], entropy $Hp(m)$ của Pal [13], entropy $Ed(m)$ của Deng [14], ... Một nhóm độ đo khác bao gồm các hàm không có dạng logarit, tiêu biểu như cặp độ đo $\langle Sp(m), G(m) \rangle$ của Yager [7], $TUI(m)$ do Yang đề xuất [15], hay $iTUI(m)$ của Deng và Xiao [16], Tuy nhiên, mặc dù đã có nhiều độ đo được đề xuất, các độ đo không chắc chắn hiện nay vẫn chưa thể đánh giá một cách hiệu quả mức độ không chắc chắn của BPA trong mọi trường hợp.

CHƯƠNG 2

MỘT SỐ ĐỘ ĐO TÍNH KHÔNG CHẮC CHẮN

2.1. Một số khái niệm

Lý thuyết Dempster-Shafer (D-S), được Demster đề xuất vào năm 1967 và tiếp tục được Rota phát triển vào năm 1977, là một phần mở rộng của lý thuyết xác suất Bayes. Lý thuyết này được sử dụng để xử lý sự không chắc chắn trong trường hợp các xác suất tiên nghiệm chưa được biết, điều mà phương pháp Bayes chủ quan không thể giải quyết hiệu quả.

Đặt $\mathcal{F} = \{E_1, \dots, E_n\}$ là một khung phân biệt gồm một tập hữu hạn không rỗng chứa n biến cố loại trừ lẫn nhau. Đặt $h = 2^n$. Tập lũy thừa (Power Set) của $\mathcal{F}$ là một tập gồm h phần tử $\mathcal{P}(\mathcal{F}) = \{\emptyset, E_1, \dots, E_n, E_1E_2, \dots, E_1\dots E_n\}$, trong đó $E_1\dots E_k, \forall k = \overline{1, n}$ được gọi là thế giới có thể (tập tiêu điểm,...).

Định nghĩa 2.1. [17] (Hàm BPA) Hàm $m: \mathcal{P}(\mathcal{F}) \rightarrow \mathbb{R}_{[0,1]}$ được gọi là một BPA nếu thỏa mãn các tính chất sau:

- (i) $m(\emptyset) = 0$
- (ii) $\sum_{\Theta \in \mathcal{P}(\mathcal{F})} m(\Theta) = 1$

Nếu $A \subset \mathcal{P}(\mathcal{F})$ và $A \neq \emptyset$ thì $m(A)$ biểu diễn cho khả năng A ủng hộ tuyên bố. Nếu $m(A) > 0$ thì tập con A được gọi là phần tử tiêu điểm và $m(A)$ được gọi là giá trị hàm khối lượng của A .

Hàm m còn được gọi là cơ sở bằng chứng (BOE-body of evidence) [18], hàm tri thức từng phần (PBF) partial belief function (PBF) [18], cấu trúc tri thức (BS-belief structure) [20], hàm gán tri thức cơ bản (BBA-basic belief assignment) [21,22], Giá trị $m(A)$ còn được gọi là số xác suất cơ bản của tập A và nó có thể được hiểu là mức độ tri thức được gán chính xác cho tập A .

Định nghĩa 2.2. [23] (Hàm tri thức và hàm tin cậy) Cho m là hàm BPA trên $\mathcal{F}$. Hàm tri thức và hàm tin cậy của m được định nghĩa lần lượt là:

$$(i) Bf(\Theta) = \sum_{A \subseteq \Theta} m(A)$$

$$(ii) Pf(\Theta) = \sum_{A \cap \Theta = \emptyset} m(A)$$

Hàm tri thức $Bf(\Theta)$ được xem là cận dưới của xác suất gán cho tập Θ , phản ánh mức độ tri thức tổng thể và được xác định bằng tổng các xác suất cơ bản gán cho tập Θ cùng với tất cả các tập con của nó. Ngược lại, hàm tin cậy $Pf(\Theta)$ đóng vai trò là cận trên của xác suất gán cho tập Θ , biểu diễn mức độ tri thức có thể được gán cho tập này. Do đó, khoảng tri thức ký hiệu là $BI(\Theta) = [Bf(\Theta), Pf(\Theta)]$ được sử dụng để biểu diễn mức độ tri thức của tập Θ , còn được gọi là xác suất khoảng. Độ rộng của khoảng tri thức này có thể được xem như thước đo mức độ không chính xác của tri thức đối với tập Θ . Kí hiệu $|\Theta|$ biểu diễn số lượng phần tử trong tập Θ , còn được gọi là lực lượng của tập Θ .

Ví dụ 1.1: Giả sử ta cần phân loại một giao dịch ngân hàng thành các nhóm: F-Giao dịch gian lận (Fraud), N-Giao dịch bình thường (Normal). Khi đó, khung phân biệt: $\mathcal{F} = \{F, N\}$. Tập lũy thừa $\mathcal{P}(\mathcal{F}) = \{\emptyset, F, N, FN\}$.

Nguồn thông tin và xây dựng BPA: Giả sử giao dịch có các đặc trưng là Số tiền lớn bất thường, Thực hiện vào ban đêm, Thiết bị đăng nhập mới.

Hệ thống phát hiện gian lận (mô hình ML hoặc luật chuyên gia) đưa ra mức độ tin cậy là $m(\emptyset) = 0$, $m(F) = 0.55$, $m(N) = 0.2$, $m(FN) = 0.25$.

Ta thấy rằng, điều kiện (i) với $m(\emptyset) = 0$ và điều kiện (ii) với $0.55 + 0.20 + 0.25 = 1$. Do đó, hàm m là một BPA hợp lệ.

Diễn giải ý nghĩa trong bối cảnh tài chính: Với $m(F) = 0.55$ bằng chứng cho thấy giao dịch có khả năng gian lận, với $m(N) = 0.2$ bằng chứng ủng hộ giao dịch bình thường, với $m(FN) = 0.25$ độ không chắc chắn do thiếu thông tin (ví dụ: khách hàng mới, dữ liệu lịch sử chưa đủ). Điều này phản ánh rất đúng thực tế: không phải lúc nào hệ thống cũng phân biệt rõ gian lận hay không.

Giá trị $m(F) = 0.55$ phản ánh mức độ bằng chứng cho thấy giao dịch có khả năng gian lận, trong khi $m(N) = 0.2$ thể hiện mức độ bằng chứng ủng hộ giao dịch bình thường. $m(FN) = 0.25$ biểu diễn độ không chắc chắn của hệ thống, xuất phát từ sự thiếu hụt hoặc không đầy đủ của thông tin, chẳng hạn như trường hợp khách hàng mới hoặc dữ liệu lịch sử giao dịch còn hạn chế. Cách biểu diễn này phản ánh sát thực tế nghiệp vụ tài chính, nơi mà hệ thống phát hiện gian lận không phải lúc nào cũng có thể đưa ra quyết định phân loại rõ ràng và dứt khoát.

Từ BPA trên, ta có hàm tri thức $Bf(F) = m(F) = 0.55$ và hàm tin cậy $Pf(F) = m(F) + m(NF) = 0.8$. Do đó, xác suất giao dịch là gian lận nằm trong khoảng $[0.55, 0.80]$. Ta cũng hàm tri thức $Bf(N) = m(N) = 0.2$ và hàm tin cậy $Pf(N) = m(N) + m(NF) = 0.45$. Do đó, xác suất giao dịch là thông thường nằm trong khoảng $[0.2, 0.45]$. Ta cũng có hàm tri thức $Bf(FN) = m(F) + m(N) + m(FN) = 1$ và hàm tin cậy $Pf(FN) = m(\emptyset) = 0$.

Như vậy, mô hình BPA linh hoạt hơn xác suất cổ điển, vì cho phép gán khối lượng cho tập $\{F, N\}$; phù hợp với dữ liệu giao dịch tài chính không chắc chắn, nhiễu và thiếu thông tin; dễ kết hợp nhiều nguồn (rule-based, ML, chuyên gia) bằng quy tắc kết hợp Dempster.

Định nghĩa 2.3. (Phần tử tiêu điểm và lõi)

Cho m là hàm BPA trên $\mathcal{F}$. $\mathcal{H}$ là một tập con không rỗng của $\mathcal{F}$, được gọi là phần tử tiêu điểm (focal element) của Bf nếu $m(\mathcal{H}) > 0$.

Đặt q là số phần tử tiêu điểm tương ứng với m sao cho $q \leq 2^h - 1$. Lõi (Core) C là hợp của tất cả các phần tử tiêu điểm của BPA, được định nghĩa bởi:

$$C = \bigcup_{i=1}^q \{\mathcal{H}_i \mid m(\mathcal{H}_i) > 0\}$$

Tập hợp tất cả các phần tử tiêu điểm của BPA, được định nghĩa bởi:

$$\Omega = \{\mathcal{H} \mid m(\mathcal{H}) > 0\} = \{\mathcal{H}_1, \mathcal{H}_2, \dots, \mathcal{H}_q\}$$

Sự khác biệt giữa hai định nghĩa là C là một tập con của $\mathcal{F}$, trong khi F là một tập con của $\mathcal{P}(\mathcal{F})$.

Ví dụ 2.2: Tiếp tục ví dụ 2.1, xác định các phần tử tiêu điểm. Theo Định nghĩa 2.3, một tập $\mathcal{H} \subseteq \Omega$ và $\mathcal{H} \neq \emptyset$ được gọi là phần tử tiêu điểm nếu $m(\mathcal{H}_i) > 0$. Do đó, các phần tử tiêu điểm tương ứng với hàm BPA trên là $\Omega = \{\{F\}, \{N\}, \{F, N\}\}$. Số phần tử tiêu điểm $q = 3 \leq 2^h - 1 = 4 - 1 = 3$

Xác định lõi (Core) của BPA: Theo định nghĩa, lõi C là hợp của tất cả các phần tử tiêu điểm, $C = \{F\} \cup \{N\} \cup \{F, N\} = \{F, N\}$

Diễn giải ý nghĩa trong bối cảnh tài chính: Tập phần tử tiêu điểm Ω cho biết những giả thuyết về trạng thái giao dịch mà hệ thống thực sự gán niềm tin. Lõi $C = \{F, N\}$ cho thấy rằng, dựa trên toàn bộ bằng chứng hiện có, cả hai khả năng “gian lận” và “bình thường” đều chưa thể bị loại trừ. Điều này phản ánh đúng thực tế nghiệp vụ tài chính, đó là, với những giao dịch có thông tin chưa đầy đủ hoặc mâu thuẫn, hệ thống không thể khẳng định chắc chắn một trạng thái duy nhất.

Định nghĩa 2.4. (Phép biến đổi pignistic)

Cho m là hàm BPA trên $\mathcal{F}$. Phép biến đổi pignistic được định nghĩa là ánh xạ từ không gian của DST sang không gian của lý thuyết xác suất, hàm xác suất pignistic $BetP$ trên dựa trên m đã cho được định nghĩa như sau:

$$BetP_m(\{E_i\}) = \begin{cases} \sum_{E_i \in \mathcal{A} \subseteq \mathcal{F}} \frac{m(\mathcal{A})}{|\mathcal{A}|(1 - m(\emptyset))} & \forall E_i \in \mathcal{F} \quad \text{nếu } m(\emptyset) > 0 \\ \sum_{E_i \in \mathcal{A} \subseteq \mathcal{F}} \frac{m(\mathcal{A})}{|\mathcal{A}|} & \forall E_i \in \mathcal{F} \quad \text{ngược lại} \end{cases}$$

Định nghĩa 2.5. (Phép biến đổi plausibility)

Cho m là hàm BPA trên $\mathcal{F}$. Phép biến đổi plausibility được định nghĩa là ánh xạ từ không gian của DST sang không gian của lý thuyết xác suất, hàm xác suất plausibility Pl_P trên dựa trên m đã cho được định nghĩa như sau:

$$Pf_P(\{E_i\}) = \frac{Pf(\{E_i\})}{\sum_{E_i \in \mathcal{F}} Pf(\{E_i\})}, \quad \forall E_i \in \mathcal{F}$$

trong đó $Pf(\{E_i\})$ là hàm tin cậy của $\{E_i\}$ tương ứng với m .

Ví dụ 2.3: Tiếp tục ví dụ 2.2, do $m(\emptyset) = 0$ nên dùng công thức

$$BetP_m(\{E_i\}) = \sum_{E_i \in \mathcal{A} \subseteq \mathcal{F}} \frac{m(\mathcal{A})}{|\mathcal{A}|} \quad \forall E_i \in \mathcal{F}$$

$$\text{Ta có, } BetP_m(\{N\}) = \frac{m(\{N\})}{|\{N\}|} + \frac{m(\{N, F\})}{|\{N, F\}|} = \frac{0.2}{1} + \frac{0.25}{2} = 0.325$$

Tương tự, $BetP_m(\{F\}) = 0.675$. Như vậy, phép biến đổi pignistic phân bố đều khối lượng không chắc chắn $m(\{F, N\})m(\{F, N\})m(\{F, N\})$ cho từng giả thuyết đơn, cho phép đưa ra một phân phối xác suất cổ điển phục vụ quyết định.

Ta có,

$$Pf_{-P_m}(\{N\}) = \frac{Pf(\{N\})}{Pf(\{N\}) + Pf(\{F\})} = \frac{0.45}{0.45 + 0.8} = 0.36$$

$$Pf_{-P_m}(\{F\}) = \frac{Pf(\{F\})}{Pf(\{F\}) + Pf(\{N\})} = \frac{0.8}{0.8 + 0.45} = 0.64$$

So sánh và diễn giải trong bối cảnh tài chính: Phép biến đổi pignistic phản ánh quyết định trung lập, phân bố đều phần không chắc chắn. Phép biến đổi plausibility thiên về kịch bản lạc quan, ưu tiên giả thuyết có mức khả dĩ cao. Trong ví dụ này, cả hai phép biến đổi đều cho thấy giao dịch nghiêng về khả năng gian lận, nhưng với mức độ khác nhau.

2.2. Các độ đo tính không chắc chắn

2.2.1. Các độ đo tính không chắc chắn dựa trên lý thuyết D-S

Định nghĩa 2.6. [24] Cho m là hàm BPA trên $\mathcal{F}$, độ đo phi đặc (nonspecificity) Ns_1 của m được định nghĩa như sau:

$$Ns_1(m) = \sum_{\Theta \in \mathcal{P}(\mathcal{F})} m(\Theta) \log_2 |\Theta|$$

Định nghĩa 2.7. [25] Cho m là hàm BPA trên $\mathcal{F}$, độ đo nhập nhằng (Ambiguity measure) của m được định nghĩa như sau:

$$Am(m) = - \sum_{E \in \mathcal{F}} \bar{p}_m(E) \log_2 (\bar{p}_m(E))$$

Trong đó, $\bar{p}_m$ là xác suất pignistic

$$\bar{p}_m(E) = \begin{cases} \sum_{\substack{E \in \mathcal{F} \\ \Theta \in \mathcal{P}(\mathcal{F})}} \frac{|E \cap \Theta|}{|\Theta|} \frac{m(\Theta)}{1 - m(\emptyset)} & \text{Nếu } m(\emptyset) > 0 \\ \sum_{E \in \Theta} \frac{m(\Theta)}{|\Theta|} & \text{Ngược lại} \end{cases}$$

Định nghĩa 2.8. [17] Cho m là hàm BPA trên $\mathcal{F}$ và Ω là tập hợp tất cả các phần tử tiêu điểm của BPA, độ đo tính không chắc chắn (Uncertainty measure) của m được định nghĩa như sau:

$$Ns_2(m) = \sum_{\mathcal{H} \in \Omega} m(\mathcal{H}) \log_2 \sum_{\Phi \in \Omega} m(\Phi) \frac{|\mathcal{H}|^2}{|\mathcal{H} \cap \Phi|}$$

Định nghĩa 2.9. [17] Cho m là hàm BPA trên $\mathcal{F}$ và Ω là tập hợp tất cả các phần tử tiêu điểm của BPA, độ đo tính không chắc chắn H_p của m được định nghĩa như sau:

$$H_p(m) = \sum_{\mathcal{H} \in \Omega} m(\mathcal{H}) \log_2 \frac{|\mathcal{H}|}{m(\mathcal{H})}$$

Định nghĩa 2.10. [17] Cho m là hàm BPA trên $\mathcal{F}$, độ đo tính không chắc chắn E_d của m được định nghĩa như sau:

$$E_d(m) = - \sum_{E \subseteq \mathcal{F}} m(E) \log_2 \frac{m(E)}{2^{|E|} - 1}$$

Định nghĩa 2.11. [17] Cho m là hàm BPA trên $\mathcal{F}$, độ đo tính không chắc chắn E_{Id} của m được định nghĩa như sau:

$$E_{Id}(m) = - \sum_{E \subseteq \mathcal{F}} m(E) \log_2 \left(\frac{m(E)}{2^{|E|} - 1} e^{\frac{|E|-1}{|\mathcal{F}|}} \right)$$

Định nghĩa 2.12. [17] Cho m là hàm BPA trên $\mathcal{F}$, độ đo tính không chắc chắn E_{Wd} của m được định nghĩa như sau:

$$E_{Wd}(m) = - \sum_{E \subseteq \mathcal{F}} \frac{|E|}{|\mathcal{F}|} m(E) \log_2 \frac{m(E)}{2^{|E|} - 1}$$

Định nghĩa 2.13. [17] Cho m là hàm BPA trên $\mathcal{F}$ và C là hợp của tất cả các phần tử tiêu điểm của BPA, độ đo tính không chắc chắn E_i của m được định nghĩa như sau:

$$E_i(m) = - \sum_{E \subseteq \mathcal{F}} m(E) \log_2 \left(\frac{m(E)}{2^{|E|} - 1} \frac{|E|}{|C|} \right)$$

Định nghĩa 2.14. [17] Cho m là hàm BPA trên $\mathcal{F}$,
 $\lambda_{E_i}^+ = \frac{Bf(\{E_i\}) + Pf(\{E_i\})}{2}$ và $\lambda_{E_i}^- = \frac{Bf(\{E_i\}) - Pf(\{E_i\})}{2} \quad \forall i = \overline{1, |\mathcal{F}|}$, độ đo
tính không chắc chắn SU của m được định nghĩa như sau:

$$SU(m) = \sum_{i=1}^{|\mathcal{F}|} \left(-(\lambda_{E_i}^+ + \lambda_{E_i}^-) \log_2 \lambda_{E_i}^+ \right)$$

Định nghĩa 2.15. [17] Cho m là hàm BPA trên $\mathcal{F}$ và
 $\lambda_E^+ = \frac{Bf(\{E\}) + Pf(\{E\})}{2}$, độ đo tính không chắc chắn H_{Bf} của m được định
nghĩa như sau:

$$H_{Bf}(m) = - \sum_{E \subseteq \mathcal{F}} \lambda_E^+ \log_2 \frac{\lambda_E^+}{2^{|E|} - 1}$$

Ví dụ 2.4: Tiếp tục ví dụ 2.3. Theo Định nghĩa 2.6, ta có

$$Ns_1(m) = m(\{N\}) \log_2 |\{N\}| + m(\{F\}) \log_2 |\{F\}| + m(\{N, F\}) \log_2 |\{N, F\}|$$

Do đó, $Ns_1(m) = 0.55 \times 0 + 0.20 \times 0 + 0.25 \times 1 = 0.25$. Giá trị $Ns_1(m) = 0.25$
phản ánh mức độ không cụ thể của thông tin, xuất phát hoàn toàn từ khối lượng
niềm tin được gán cho tập $\{N, F\}$ tức là trường hợp hệ thống chỉ biết giao dịch
thuộc một trong hai trạng thái nhưng chưa thể xác định rõ.

Trước hết, do $m(\emptyset) = 0$, theo Định nghĩa 2.7, xác suất pignistic được tính
theo công thức $\bar{p}_m(E) = \sum_{E \in \Theta} \frac{m(\Theta)}{|\Theta|}$. Ta có, $\bar{p}_m(F) = \frac{0.55}{1} + \frac{0.25}{2} = 0.675$,

$$\bar{p}_m(N) = \frac{0.2}{1} + \frac{0.25}{2} = 0.325.$$

Do đó, $Am(m) = -(0.675 \log_2(0.675) + 0.325 \log_2(0.325)) = 0.91$. Độ nhập
nhằng $Am(m)$ đo mức độ mơ hồ trong quyết định cuối cùng, phụ thuộc vào sự
phân bố của xác suất pignistic. Mặc dù giao dịch nghiêng về khả năng gian lận,
nhưng giá trị $Am(m)$ vẫn tương đối lớn, cho thấy sự không chắc chắn đáng kể
trong quá trình ra quyết định.

Theo Định nghĩa 2.8, ta có

$$\text{Với } \mathcal{H} = \{F\},$$

$$\sum_{\Phi \in \Omega} m(\Phi) \frac{|\{F\}|^2}{|\{F\} \cap \Phi|} = 0.55 + 0.25 = 0.80$$

$$\text{Với } \mathcal{H} = \{N\}, \sum_{\Phi \in \Omega} m(\Phi) \frac{|\{N\}|^2}{|\{N\} \cap \Phi|} = 0.20 + 0.25 = 0.45$$

$$\text{Với } \mathcal{H} = \{F, N\},$$

$$\sum_{\Phi \in \Omega} m(\Phi) \frac{|\{F, N\}|^2}{|\{F, N\} \cap \Phi|} = 0.55 \times 4 + 0.20 \times 4 + 0.25 \times 2 = 3.5$$

Ta có,

$$Ns_2(m) = 0.30$$

Theo Định nghĩa 2.9, ta có

$$\begin{aligned} H_p(m) &= m(\{F\}) \log_2 \frac{|\{F\}|}{m(\{F\})} + m(\{N\}) \log_2 \frac{|\{N\}|}{m(\{N\})} + m(\{F, N\}) \log_2 \frac{|\{F, N\}|}{m(\{F, N\})} \\ &= 0.55 \log_2 \frac{1}{0.55} + 0.2 \log_2 \frac{1}{0.2} + 0.25 \log_2 \frac{2}{0.25} = 1.69 \end{aligned}$$

Theo Định nghĩa 2.10, ta có

$$\begin{aligned} E_d(m) &= - \left(m(\{F\}) \log_2 \frac{m(\{F\})}{2^{|\{F\}|-1}} + m(\{N\}) \log_2 \frac{m(\{N\})}{2^{|\{N\}|-1}} + m(\{F, N\}) \log_2 \frac{m(\{F, N\})}{2^{|\{F, N\}|-1}} \right) \\ &= - \left(0.55 \log_2 \frac{0.55}{1} + 0.2 \log_2 \frac{0.2}{1} + 0.25 \log_2 \frac{0.25}{3} \right) = 1.29 \end{aligned}$$

Theo Định nghĩa 2.11, ta có

$$E_{Id}(m) = - \left(0.55 \log_2(0.55) + 0.20 \log_2(0.20) + 0.25 \log_2 \left(\frac{0.25}{3} e^{\frac{1}{2}} \right) \right) = 1.11$$

Các độ đo Ns_2 , $H_p(m)$, E_d và E_{Id} đều cho thấy giao dịch có mức độ không chắc chắn đáng kể, xuất phát từ việc một phần niềm tin được gán cho tập $\{F, N\}$, phản ánh đúng đặc thù dữ liệu giao dịch tài chính thiếu và nhiễu.

Theo Định nghĩa 2.12, ta có

$$E_{wd}(m) = - \left(\frac{1}{2} 0.55 \log_2 \frac{0.55}{1} + \frac{1}{2} 0.2 \log_2 \frac{0.2}{1} + \frac{2}{2} 0.25 \log_2 \frac{0.25}{3} \right) = 0.91$$

Theo Định nghĩa 2.13, ta có

$$E_i(m) = -\left(0.55 \log_2 \frac{0.55}{1} \frac{1}{2} + 0.2 \log_2 \frac{0.2}{1} \frac{1}{2} + 0.25 \log_2 \frac{0.25}{3} \frac{2}{2}\right) = 1.65$$

Theo Định nghĩa 2.14, ta có

$$\lambda_F^+ = \frac{Bf(\{F\}) + Pf(\{F\})}{2} = \frac{0.55 + 0.8}{2} = 0.675$$

$$\lambda_F^- = \frac{Bf(\{F\}) - Pf(\{F\})}{2} = \frac{0.55 - 0.8}{2} = -0.125$$

$$\lambda_N^+ = \frac{Bf(\{N\}) + Pf(\{N\})}{2} = \frac{0.2 + 0.45}{2} = 0.325$$

$$\lambda_N^- = \frac{Bf(\{N\}) - Pf(\{N\})}{2} = \frac{0.2 - 0.45}{2} = -0.125$$

$$SU(m) = -(0.675 - 0.125) \log_2(0.675) - (0.325 - 0.125) \log_2(0.325) = 0.72$$

Theo Định nghĩa 2.15, ta có

$$\lambda_F^+ = 0.675, \lambda_N^+ = 0.325, \lambda_{\{F,N\}}^+ = \frac{Bf(\{F,N\}) + Pf(\{F,N\})}{2} = \frac{1 + 0}{2} = 0.5$$

$$H_{Bf}(m) = -\left(\lambda_F^+ \log_2 \frac{\lambda_F^+}{(2^{|\{F\}|-1})} + \lambda_N^+ \log_2 \frac{\lambda_N^+}{(2^{|\{N\}|-1})} + \lambda_{FN}^+ \log_2 \frac{\lambda_{FN}^+}{(2^{|\{F,N\}|-1})}\right)$$

$$= 0.675 \log_2 \frac{0.675}{2^1 - 1} + 0.325 \log_2 \frac{0.325}{2^1 - 1} + 0.5 \log_2 \frac{0.5}{2^2 - 1} = 0.66$$

Các độ đo E_{wd} , E_i , SU và H_{Bf} phản ánh những khía cạnh khác nhau của tính không chắc chắn trong BPA, từ ảnh hưởng của kích thước tập, trọng số bằng chứng cho đến mối quan hệ giữa hàm tin cậy và hàm khả dĩ. Trong bối cảnh phân loại giao dịch tài chính, các độ đo này giúp đánh giá toàn diện mức độ rủi ro và độ tin cậy của quyết định.

2.2.2. Các độ đo tính không chắc chắn dựa trên lý thuyết xác suất

Định nghĩa 2.16. [17] Cho m là hàm BPA trên $\mathcal{F}$ và $p = \{p_E | E \in \mathcal{F}\}$ là phân phối xác suất trên $\mathcal{F}$, độ đo tính không chắc chắn AU của m là lời giải của bài toán tối ưu:

$$\max \left(- \sum_{E \in \mathcal{F}} p_E \log_2 p_E \right)$$

Với ràng buộc

$$p_E \in [0,1], \quad \forall E \in \mathcal{F}$$

$$\sum_{E \in \mathcal{F}} p_E = 1$$

$$Bf(\Psi) \leq \sum_{E \in \mathcal{F}} p_E \leq 1 - Bf(\bar{\Psi}), \quad \forall \Psi \subseteq \mathcal{F}$$

Định nghĩa 2.17. [17] Cho m là hàm BPA trên $\mathcal{F}$, độ đo tính không chắc chắn TU_1 của m được định nghĩa như sau:

$$TU_1(m, \Delta) = \Delta Am(m) + (1 - \Delta) \sum_{E \subseteq \mathcal{F}} m(E) \log_2 |E|$$

Định nghĩa 2.18. [17] Cho m là hàm BPA trên $\mathcal{F}$, độ đo tính không chắc chắn H_j của m được định nghĩa như sau:

$$H_j(m) = \sum_{E_i \in \mathcal{F}} Pf - P_m(\{E_i\}) \log_2 \frac{1}{Pf - P_m(\{E_i\})} + \sum_{\Theta \in \mathcal{P}(\mathcal{F})} m(\Theta) \log_2 |\Theta|$$

Định nghĩa 2.19. [17] Cho m là hàm BPA trên $\mathcal{F}$ và $Pm(\Theta) = \sum_{E_i \in \Theta} Pf - P_m(\{E_i\})$, độ đo tính không chắc chắn H_{PQ} của m được định nghĩa như sau:

$$H_{PQ}(m) = \sum_{\Theta \in \mathcal{P}(\mathcal{F})} m(\Theta) \log_2 \frac{1}{Pm(\Theta)} + \sum_{\Theta \in \mathcal{P}(\mathcal{F})} m(\Theta) \log_2 |\Theta|$$

Ví dụ 2.4: Tiếp tục ví dụ 2.3.

Theo Định nghĩa 2.16, độ đo tính không chắc chắn AU của m là lời giải của bài toán tối ưu:

$$\max(-p_F \log_2 p_F - p_N \log_2 p_N)$$

Với ràng buộc

$$p_F, p_N \in [0,1]$$

$$p_F + p_N = 1$$

$$0.55 = Bf(F) \leq p_F \leq 1 - Bf(\bar{F}) = Bf(N) = 0.8$$

$$0.2 = Bf(N) \leq p_N \leq 1 - Bf(\bar{N}) = Bf(F) = 0.45$$

Giải bài toán tối ưu, ta có $p_F^* = 0.55, p_N^* = 0.45$

$$AU(m) = -p_F^* \log_2 p_F^* - p_N^* \log_2 p_N^* = 0.99$$

Theo Định nghĩa 2.17,

$$m(\{F\})\log_2 |\{F\}| + m(\{N\})\log_2 |\{N\}| + m(\{F, N\})\log_2 |\{F, N\}| \\ = 0.55\log_2 1 + 0.2\log_2 1 + 0.25\log_2 2 = 0.25$$

$$TU_1(m, 0.5) = 0.5 \times Am(m) + (1 - 0.5) \times 0.25 = 0.5 \times 0.91 + 0.25 \times 0.25 = 0.58$$

Theo Định nghĩa 2.18,

$$Pf - P_m(\{F\})\log_2 \frac{1}{Pf - P_m(\{F\})} = 0.36\log_2 \frac{1}{0.36} = 0.16$$

$$Pf - P_m(\{N\})\log_2 \frac{1}{Pf - P_m(\{N\})} = 0.64\log_2 \frac{1}{0.64} = 0.124$$

$$H_j(m) = 0.16 + 0.124 + 0.25 = 0.53$$

Theo Định nghĩa 2.19,

$$Pm(FN) = Pf - P_m(\{F\}) + Pf - P_m(\{N\}) = 0.64 + 0.36 = 1$$

$$m(F)\log_2 \frac{1}{Pm(F)} + m(N)\log_2 \frac{1}{Pm(N)} + m(FN)\log_2 \frac{1}{Pm(FN)} =$$

$$0.55\log_2 \frac{1}{0.64} + 0.2\log_2 \frac{1}{0.36} + 0.25\log_2 \frac{1}{1} = 0.2$$

$$m(\{N\})\log_2 |\{N\}| + m(\{F\})\log_2 |\{F\}| + m(\{N, F\})\log_2 |\{N, F\}| = 0.25$$

$$H_{PQ}(m) = 0.2 + 0.25 = 0.45$$

AU phản ánh mức độ không chắc chắn “bi quan nhất” khi ra quyết định xác suất, phù hợp cho các hệ thống quản trị rủi ro. TU_1 cho phép điều chỉnh linh hoạt giữa độ nhập nhằng (conflict trong quyết định) và độ phi đặc trưng (thiếu thông tin), thông qua tham số Δ . Trong bài toán phát hiện gian lận, hai độ đo này giúp đánh giá độ thận trọng cần thiết khi đưa ra quyết định chấp thuận hay từ chối giao dịch. H_j nhạy với phân phối pignistic, phản ánh mạnh độ không chắc chắn khi phải ra quyết định xác suất. H_{PQ} đo độ không chắc chắn ở cấp độ BPA, kết hợp giữa xác suất tổng hợp và độ phi đặc. Trong bài toán phân loại giao dịch tài chính, H_j phù hợp cho đánh giá rủi ro quyết định, trong khi H_{PQ} phù hợp cho đánh giá chất lượng thông tin đầu vào.

2.2.3. Một số độ đo tính không chắc chắn khác

Định nghĩa 2.20. [17] Cho m là hàm BPA trên $\mathcal{F}$, cặp độ đo tính không chắc chắn $\langle Sp(m), G(m) \rangle$ của m được định nghĩa như sau:

$$\langle Sp(m), G(m) \rangle = \left(1 - \frac{\sum_{j=1}^{|\Omega|} m(\Theta_j) \times (|\Theta_j| - 1)}{|\mathcal{F}| - 1}, 1 + \frac{\sum_{j=1}^{|\Omega|} m(\Theta_j) \log_2 Pf(\Theta_j)}{\log_2 |\mathcal{F}|} \right)$$

Định nghĩa 2.21. [17] Cho m là hàm BPA trên $\mathcal{F}$,
 $\lambda_i^+ = \frac{Bf(\{E_i\}) + Pf(\{E_i\})}{2}$ và $\lambda_i^- = \frac{Bf(\{E_i\}) - Pf(\{E_i\})}{2} \quad \forall i = \overline{1, |\mathcal{F}|}$, độ đo
tính không chắc chắn TU^I của m được định nghĩa như sau:

$$TU^I(m) = 1 - \frac{\sqrt{3}}{|\mathcal{F}|} \sum_{i=1}^{|\mathcal{F}|} \sqrt{\left(\lambda_i^+ - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{3} \left(\lambda_i^- - \frac{1}{2}\right)^2}$$

Định nghĩa 2.22. [17] Cho m là hàm BPA trên $\mathcal{F}$, độ đo tính không
chắc chắn TU^I của m được định nghĩa như sau:

$$i TU^I(m) = \sum_{i=1}^{|\mathcal{F}|} \left[1 - \sqrt{(Bf(\{E_i\}))^2 + (Pf(\{E_i\}) - 1)^2} \right]$$

Định nghĩa 2.23. [17] Cho m là hàm BPA trên $\mathcal{F}$, độ đo tính không
chắc chắn T_{D-S} của m được định nghĩa như sau:

$$T_{D-S}(m) = - \sum_{|\mathcal{A}|=1} m(\mathcal{A}) \log_2 m(\mathcal{A}) + \sum_{|\mathcal{A}| \neq 1} \frac{(2^{|\mathcal{A}|} - 1) \times m(\mathcal{A}) \times \left(1 - \left(\frac{m(\mathcal{A})}{2^{|\mathcal{A}|} - 1}\right)^{|\mathcal{A}| - 1}\right)}{|\mathcal{A}| - 1}$$

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] A. P. Dempster. *Upper and lower probabilities induced by a multivalued mapping*. Ann. Math. Statist., vol. 38, no. 2, pp. 325 339, Apr. 1967, doi: 10.1214/aoms/1177698950.
- [2] G. Shafer. *A Mathematical Theory of Evidence*. Princeton. NJ, USA: Princeton Univ. Press, 1976.
- [3] R. R. Yager and N. Alajlan. *Dempster Shafer belief structures for decision making under uncertainty*. Knowl.-Based Syst., vol. 80, pp. 58 66, May 2015, doi: 10.1016/j.knosys.2014.12.031.
- [4] Y. Lin, Y. Li, X. Yin, and Z. Dou. *Multisensor fault diagnosis modeling based on the evidence theory*. IEEE Trans. Rel., vol. 67, no. 2, pp. 513 521, Jun. 2018, doi: 10.1109/TR.2018.2800014.
- [5] U. Höhle, “Entropy with respect to plausibility measures,” in Proc. IEEE 12th Int. Symp. Multiple Valued Log., Paris, France, Jun. 1982, pp.167 169.
- [6] R. R. Yager, “Entropy and specificity in a mathematical theory of evidence,” *Int.*
- [7] R. R. Yager, “On the fusion of non-independent belief structures,” *Int. J. Gen. Syst.*, vol. 38, no. 5, pp. 505 531, Jul. 2009, doi: 10.1080/03081070902753630.
- [8] G.J. Klir and B. Yuan, *Fuzzy Sets and Fuzzy Logic: Theory and Applications*. Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice-Hall, 1993, pp. 267 269.
- [9] G. J. Klir and D. Harmanec, “Generalized information theory: Recent developments,” *Kybernetes*, vol. 25, nos. 7 8, pp. 50 67, 1996.
- [10] X. Wang and Y. Song, “Uncertainty measure in evidence theory with its applications,” *Int. J. Speech Technol.*, vol. 48, no. 7, pp. 1672 1688, Jul. 2018, doi: 10.1007/s10489-017-1024-y.
- [11] G. J. Klir and B. Parviz, “A note on the measure of discord,” in *Proc. 8th Conf. Uncert. Artif. Intell.*, Stanford, CA, USA, 1992, pp. 138 141.
- [12] J. Vejnarová and G. J. Klir, “Measure of Strife in Dempster Shafer

- theory,” *Int. J. Gen. Syst.*, vol. 22, no. 1, pp. 25–42, Feb. 1993, doi: 10.1080/03081079308935193.
- [13] N. R. Pal, J. C. Bezdek, and R. Hemasinha, “Uncertainty measures for evidential reasoning II: A new measure of total uncertainty,” *Int. J. Approx. Reasoning*, vol. 8, no. 1, pp. 1–16, 1993, doi: 10.1016/S0888-613X(05)80003-9.
- [14] Y. Deng, “Deng entropy,” *Chaos, Solitons Fractals*, vol. 91, pp. 549–553, Oct. 2016, doi: 10.1016/j.chaos.2016.07.014.
- [15] Y. Yang and D. Han, “A new distance-based total uncertainty measure in the theory of belief functions,” *Knowl.-Based Syst.*, vol. 94, pp. 114–123, Feb. 2016, doi: 10.1016/j.knosys.2015.11.014.
- [16] X. Deng, F. Xiao, and Y. Deng, “An improved distance-based total uncertainty measure in belief function theory,” *Appl. Intell.*, vol. 46, no. 4, pp. 898–915, 2017, doi: 10.1007/s10489-016-0870-3.
- [17] K. Wen, Y. Song, C. Wu and T. Li, "A Novel Measure of Uncertainty in the Dempster-Shafer Theory," in *IEEE Access*, vol. 8, pp. 51550-51559, 2020.
- [18] G. Shafer, *A Mathematical Theory of Evidence*. Princeton, NJ, USA: Princeton Univ. Press, 1976.
- [19] H. E. Stephanou and S.-Y. Lu, “Measuring consensus effectiveness by a generalized entropy criterion,” *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, vol. 10, no. 4, pp. 544–554, Jul. 1988, doi: 10.1109/34.3916.
- [20] R. R. Yager, “Dempster-shafer belief structures with interval valued focal weights,” *Int. J. Intell. Syst.*, vol. 16, no. 4, pp. 497–512, Apr. 2001, doi: 10.1002/int.1020.
- [21] P. Smets, “Decision making in the TBM: The necessity of the pignistic transformation,” *Int. J. Approx. Reasoning*, vol. 38, no. 2, pp. 133–147, Feb. 2005, doi: 10.1016/j.ijar.2004.05.003.
- [22] G. Powell and M. Roberts, “GRP1. A recursive fusion operator for the transferable belief model,” in *Proc. 14th Int. Conf. Inf. Fusion*, Chicago, IL, USA, Jul. 2011, pp. 168–175.
- [23] Gan, D., Yang, .B, Tang, .T. 2020. An Extended Base Belief Function in

Dempster-Shafer Evidence Theory and Its Application in Conflict Data Fusion. Mathematics.

[24] Song, Y., Wang, X., Wu, W. et al. 2018. Evidence combination based on credibility and non-specificity. Pattern Anal Applic 21. 167-180.

[25] Jousselme A-L, Liu C, Grenier D, Bosse E. 2006. Measuring ambiguity in the evidence theory. IEEE Trans Syst Man Cybern A Syst Hum 36(5). 890-903.